

德州市二〇一七年初中学业水平考试

数 学 试 题

本试题分选择题 36 分;非选择题 84 分;全卷满分 120 分,考试时间为 120 分钟. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回.

注意事项:

- 1. 答卷前,考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的县(市、区)、学校、姓名、准考证号填写在答题卡和试卷规定的位置上.
- 2. 第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.
- 3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内的位置,不能写在试卷上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案;不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.
- 4. 填空题请直接填写答案,解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

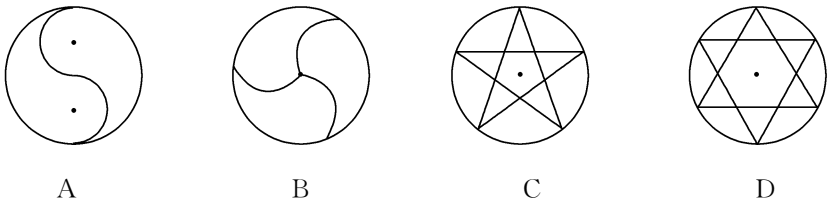
第 I 卷(选择题 共 36 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,在每小题给出的四个选项中,只有一项是正确的,请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分,选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. -2 的倒数是

- A. $-\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. -2
- D. 2

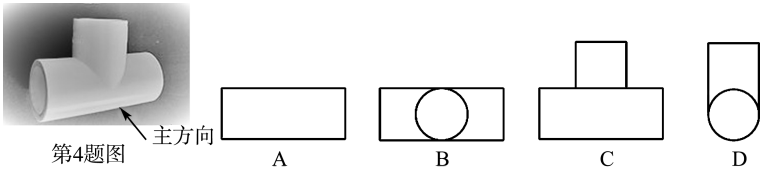
2. 下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是



3. 2016 年,我市“全面改薄”和解决大班额工程成绩突出,两项工程累计开工面积达 477 万平方米,各项指标均居全省前列. 477 万用科学记数法表示正确的是

- A. 4.77×10^5
- B. 47.7×10^5
- C. 4.77×10^6
- D. 0.477×10^6

4. 如图,两个等直径圆柱构成如图所示的 T 型管道,则其俯视图正确的是



5. 下列运算正确的是

- A. $(a^2)^m = a^{2m}$
- B. $(2a)^3 = 2a^3$
- C. $a^3 \cdot a^{-5} = a^{-15}$
- D. $a^3 \div a^{-5} = a^{-2}$

6. 某专卖店专营某品牌的衬衫,店主对上一周中不同尺码的衬衫销售情况统计如下:

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售数量/件	10	12	20	12	12

该店主决定本周进货时,增加了一些 41 码的衬衫,影响该店主决策的统计量是

- A. 平均数
- B. 方差
- C. 众数
- D. 中位数

7. 下列函数中,对于任意实数 x_1, x_2 ,当 $x_1 > x_2$ 时,满足 $y_1 < y_2$ 的是

- A. $y = -3x + 2$
- B. $y = 2x + 1$
- C. $y = 2x^2 + 1$
- D. $y = -\frac{1}{x}$

8. 不等式组 $\begin{cases} 2x+9 \geq 3, \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 \end{cases}$ 的解集是

- A. $x \geq -3$
- B. $-3 \leq x < 4$
- C. $-3 \leq x < 2$
- D. $x > 4$

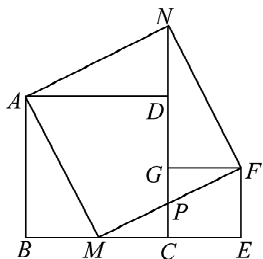
9. 公式 $L = L_0 + KP$ 表示当重力为 P 时的物体作用在弹簧上时弹簧的长度, L_0 代表弹簧的初始长度,用厘米(cm)表示, K 表示单位重力物体作用在弹簧上时弹簧拉伸的长度,用厘米(cm)表示. 下面给出的四个公式中,表明这是一个短而硬的弹簧的是

- A. $L = 10 + 0.5P$
- B. $L = 10 + 5P$
- C. $L = 80 + 0.5P$
- D. $L = 80 + 5P$

10. 某校美术社团为练习素描,他们第一次用 120 元买了若干本资料,第二次用 240 元在同一商家买同样的资料,这次商家每本优惠 4 元,结果比上次多买了 20 本. 求第一次买了多少本资料? 若设第一次买了 x 本资料,列方程正确的是

- A. $\frac{240}{x-20} - \frac{120}{x} = 4$
- B. $\frac{240}{x+20} - \frac{120}{x} = 4$
- C. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x-20} = 4$
- D. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$

11. 如图放置的两个正方形,大正方形 $ABCD$ 边长为 a ,小正方形 $CEFG$ 边长为 $b(a>b)$, M 在 BC 边上,且 $BM=b$,连接 AM , MF , MF 交 CG 于点 P ,将 $\triangle ABM$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADN$,将 $\triangle MEF$ 绕点 F 旋转至 $\triangle NGF$. 给出以下五个结论:



第 11 题图

- ① $\angle MAD = \angle AND$; ② $CP = b - \frac{b^2}{a}$; ③ $\triangle ABM \cong \triangle NGF$;
④ $S_{\text{四边形}AMFN} = a^2 + b^2$; ⑤ A, M, P, D 四点共圆.

其中正确的个数是

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12. 观察下列图形,它是把一个三角形分别连接这个三角形三边的中点,构成 4 个小三角形,挖去中间的一个小三角形(如图 1);对剩下的三个小三角形再分别重复以上做法,……将这种做法继续下去(如图 2、图 3……),则图 6 中挖去三角形的个数为

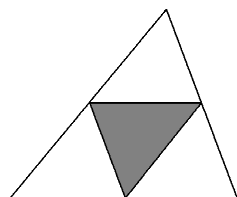


图 1

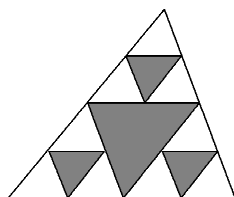


图 2

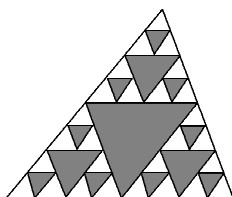


图 3

第 12 题图

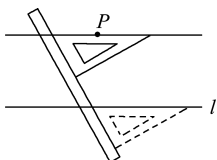
- A. 121 B. 362 C. 364 D. 729

第 II 卷(非选择题 共 84 分)

二、填空题:本大题共 5 小题,共 20 分,只要求填写最后结果,每小题填对得 4 分.

13. 计算: $\sqrt{8} - \sqrt{2} =$ _____.

14. 如图是利用直尺和三角板过已知直线 l 外一点 P 作直线 l 的平行线的方法,其理由是_____.

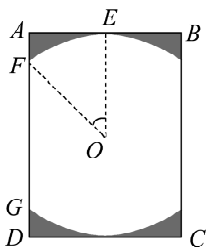


第 14 题图

15. 方程 $3x(x-1) = 2(x-1)$ 的根为_____.

16. 淘淘和丽丽是非常要好的九年级学生,在 5 月份进行的物理、化学、生物实验技能考试中,考试科目要求三选一,并且采取抽签方式取得,那么他们两人都抽到物理实验的概率是_____.

17. 某景区修建一栋复古建筑,其窗户设计如图所示. 圆 O 的圆心与矩形 $ABCD$ 对角线的交点重合,且圆与矩形上下两边相切(E 为上切点),与左右两边相交(F, G 为其中两个交点),图中阴影部分为不透光区域,其余部分为透光区域. 已知圆的半径为 1m ,根据设计要求,若 $\angle EOF = 45^\circ$,则此窗户的透光率(透光区域与矩形窗面的面积的比值)为_____.



第 17 题图

三、解答题:本大题共 7 小题,共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

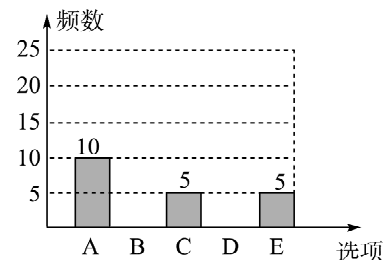
18. (本题满分 6 分)

先化简,再求值: $\frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 4} \div \frac{a - 2}{a^2 + 2a} - 3$, 其中 $a = \frac{7}{2}$.

19. (本题满分 8 分)

随着移动终端设备的升级换代,手机已经成为我们生活中不可缺少的一部分. 为了解中学生在假期使用手机的情况(选项: A. 和同学亲友聊天; B. 学习; C. 购物; D. 游戏; E. 其它),端午节后某中学在全校范围内随机抽取了若干名学生进行调查,得到如下图表(部分信息未给出):

选项	频数	频率
A	10	m
B	n	0.2
C	5	0.1
D	p	0.4
E	5	0.1



第 19 题图

根据以上信息解答下列问题:

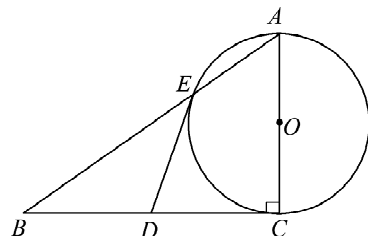
- (1) 这次被调查的学生有多少人?
(2) 求表中 m, n, p 的值,并补全条形统计图;
(3) 若该中学约有 800 名学生,估计全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有多少人?并根据以上调查结果,就中学生如何合理使用手机给出你的一条建议.

20. (本题满分 8 分)

如图,已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, D 为 BC 的中点.

以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 E .

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
(2) 若 $AE : EB = 1 : 2$, $BC = 6$, 求 AE 的长.



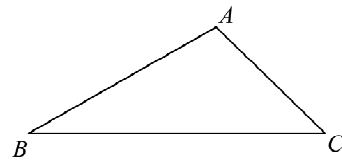
第 20 题图

21. (本题满分 10 分)

如图所示,某公路检测中心在一事故多发地段安装了一个测速仪器,检测点设在距离公路 10m 的 A 处,测得一辆汽车从 B 处行驶到 C 处所用时间为 0.9 秒.

已知 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

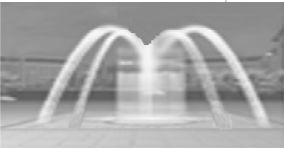
- (1) 求 B, C 之间的距离;(保留根号)
(2) 如果此地限速为 80km/h ,那么这辆汽车是否超速? 请说明理由.
(参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)



第 21 题图

22. (本题满分 10 分)

随着新农村的建设和旧城的改造,我们的家园越来越美丽.小明家附近广场中央新修了一个圆形喷水池,在水池中心竖直安装了一根高为 2 米的喷水管,它喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离为 1 米处达到最高,水柱落地处离池中心 3 米.



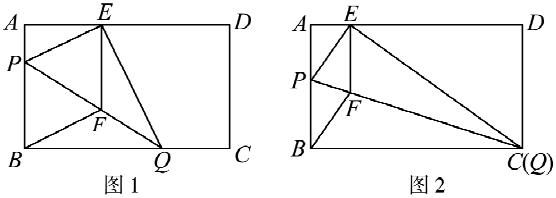
第 22 题图

- (1)请你建立适当的平面直角坐标系,并求出水柱抛物线的函数解析式;
- (2)求出水柱的最大高度是多少?

23. (本题满分 10 分)

如图 1,在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3\text{cm}$, $AD=5\text{cm}$,折叠纸片使 B 点落在边 AD 上的 E 处,折痕为 PQ .过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 PQ 于 F ,连接 BF .

- (1)求证:四边形 $BFEP$ 为菱形;
- (2)当点 E 在 AD 边上移动时,折痕的端点 P 、 Q 也随之移动.
- ①当点 Q 与点 C 重合时(如图 2),求菱形 $BFEP$ 的边长;
- ②若限定 P 、 Q 分别在边 BA 、 BC 上移动,求出点 E 在边 AD 上移动的最大距离.



第 23 题图

24. (本题满分 12 分)

有这样一个问题:探究同一平面直角坐标系中系数互为倒数的正、反比例函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象性质.

小明根据学习函数的经验,对函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$,当 $k > 0$ 时的图象性质进行了探究.

下面是小明的探究过程:

(1)如图所示,设函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 图象的交点为 A, B . 已知 A 点的坐标为 $(-k, -1)$, 则 B 点的坐标为_____.

(2)若点 P 为第一象限内双曲线上不同于点 B 的任意一点.

①设直线 PA 交 x 轴于点 M ,直线 PB 交 x 轴于点 N .

求证: $PM=PN$.

证明过程如下:设 $P(m, \frac{k}{m})$,直线 PA 的解析式为 $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

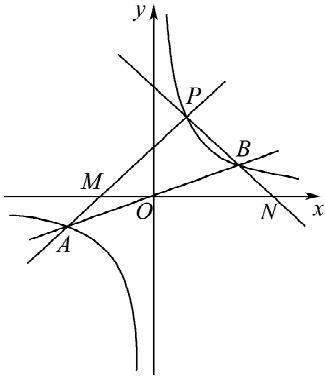
则
$$\begin{cases} -ka + b = -1, \\ ma + b = \frac{k}{m}. \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a = \frac{1}{m}, \\ b = \frac{k}{m} + 1. \end{cases}$$

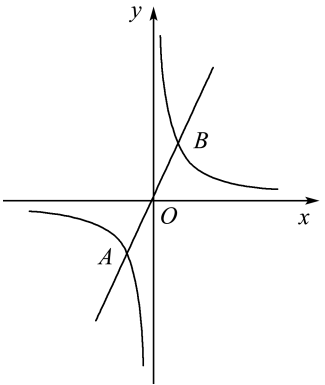
$\therefore$ 直线 PA 的解析式为_____.

请你把上面的解答过程补充完整,并完成剩余的证明.

②当 P 点坐标为 $(1, k)$ ($k \neq 1$) 时,判断 $\triangle PAB$ 的形状,并用 k 表示出 $\triangle PAB$ 的面积.



第 24 题图



第 24 题备用图

数学试题参考解答及评分意见

评卷说明：

- 1. 选择题和填空题中的每小题，只有满分和零分两个评分档，不给中间分。
- 2. 解答题每小题的解答中所对应的分数，是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数。本答案对每小题只给出一种解法，对考生的其他解法，请参照评分意见进行评分。
- 3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误，但并没有改变试题的实质和难度，其后续部分酌情给分，但最多不超过正确解答分数的一半；若出现严重的逻辑错误，后续部分就不再给分。

一、选择题：(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	C	B	A	C	A	B	A	D	D	C

二、填空题：(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. $\sqrt{2}$ ； 14. 同位角相等，两直线平行； 15. $x=1$ 或 $x=\frac{2}{3}$ ； 16. $\frac{1}{9}$ ； 17. $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{8}$.

三、解答题：(本大题共 7 小题，共 64 分)

18. (本题满分 6 分)

解： $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4} \div \frac{a-2}{a^2+2a} - 3$
 $= \frac{(a-2)^2}{(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a(a+2)}{a-2} - 3$
 $= a - 3$ 5 分

代入 $a=\frac{7}{2}$ 求值得，原式= $\frac{1}{2}$ 6 分

19. (本题满分 8 分)

解：(1)从 C 可以看出： $5 \div 0.1 = 50$ (人).

答：这次被调查的学生有 50 人. 1 分

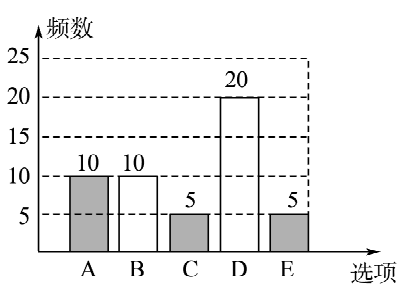
(2) $m=\frac{10}{50}=0.2, n=0.2 \times 50=10, p=0.4 \times 50=20$.

..... 4 分

补全图形如图所示. 6 分

(3) $800 \times (0.1 + 0.4) = 800 \times 0.5 = 400$ (人).

..... 7 分



合理即可. 比如：中学生使用手机要多用于学习；中学生要少用手机玩游戏等. 8 分

20. (本题满分 8 分)

证明：(1)如图所示，连接 OE, CE .

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$.

$\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore ED = \frac{1}{2}BC = DC$.

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because OE = OC$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$.

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$, 即 $\angle OED = \angle ACD$.

$\because \angle ACD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OED = 90^\circ$, 即 $OE \perp DE$.

又 $\because E$ 是 $\odot O$ 上一点，

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线. 5 分

(2)由(1)知 $\angle BEC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle BEC$ 与 $Rt\triangle BCA$ 中， $\angle B$ 为公共角，

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BCA$.

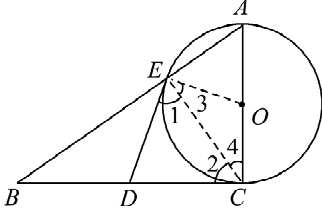
$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BC}{BA}$.

即 $BC^2 = BE \cdot BA$. $\because AE : EB = 1 : 2$, 设 $AE = x$, 则 $BE = 2x, BA = 3x$.

又 $\because BC = 6$,

$\therefore 6^2 = 2x \cdot 3x$.

$\therefore x = \sqrt{6}$, 即 $AE = \sqrt{6}$ 8 分



21. (本题满分 10 分)

解: (1) 如图, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ,
则 $AD = 10\text{m}$.

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle C = 45^\circ$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACD$ 是等腰直角三角形.

$\therefore CD = AD = 10\text{m}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\tan B = \frac{AD}{BD}$,

$\because \angle B = 30^\circ$,

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{BD}$.

$\therefore BD = 10\sqrt{3}\text{m}$.

$\therefore BC = BD + DC = (10\sqrt{3} + 10)\text{m}$.

答: B 、 C 之间的距离是 $(10\sqrt{3} + 10)\text{m}$ 6 分

(2) 这辆汽车超速. 理由如下:

由 (1) 知 $BC = (10\sqrt{3} + 10)\text{m}$, 又 $\sqrt{3} \approx 1.7$,

$\therefore BC = 27\text{m}$.

$\therefore$ 汽车速度 $v = \frac{27}{0.9} = 30 \text{ (m/s)}$.

又 $30\text{m/s} = 108\text{km/h}$, 此地限速为 80km/h ,

$\because 108 > 80$,

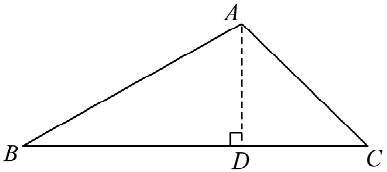
$\therefore$ 这辆汽车超速.

答: 这辆汽车超速. 10 分

22. (本题满分 10 分)

解: (1) 如图, 以水管与地面交点为原点, 原点与水柱落地点所在直线为 x 轴, 水管所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 2 分

由题意可设抛物线的函数解析式为 $y = a(x-1)^2 + h (0 \leq x \leq 3)$.



抛物线过点 $(0, 2)$ 和 $(3, 0)$, 代入抛物线解析式可得

$$\begin{cases} 4a + h = 0, \\ a + h = 2. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = -\frac{2}{3}, \\ h = \frac{8}{3}. \end{cases}$$

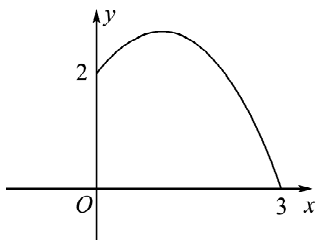
所以, 抛物线解析式为 $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3} (0 \leq x \leq 3)$.

化为一般式为 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 (0 \leq x \leq 3)$ 8 分

(2) 由 (1) 抛物线解析式为 $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3} (0 \leq x \leq 3)$.

当 $x = 1$ 时, $y = \frac{8}{3}$.

所以抛物线水柱的最大高度为 $\frac{8}{3}\text{m}$ 10 分



23. (本题满分 10 分)

解: (1) 证明: $\because$ 折叠纸片使 B 点落在边 AD 上的 E 处, 折痕为 PQ ,

$\therefore$ 点 B 与点 E 关于 PQ 对称.

$\therefore PB = PE, BF = EF, \angle BPF = \angle EPF$.

又 $\because EF \parallel AB$,

$\therefore \angle BPF = \angle EFP$.

$\therefore \angle EPF = \angle EFP$.

$\therefore EP = EF$.

$\therefore BP = BF = FE = EP$.

$\therefore$ 四边形 $BFEP$ 为菱形. 4 分

(2) ① 如图 2,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore BC = AD = 5\text{cm}, CD = AB = 3\text{cm}, \angle A = \angle D = 90^\circ$.

$\because$ 点 B 与点 E 关于 PQ 对称,

$\therefore CE = BC = 5\text{cm}$.

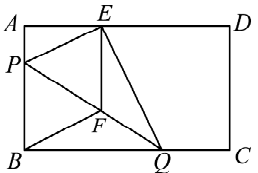


图 1

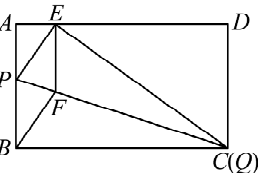


图 2

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE^2 = CE^2 - CD^2$, 即 $DE^2 = 5^2 - 3^2$,

$\therefore DE = 4\text{cm}.$

$\therefore AE = AD - DE = 5\text{ cm} - 4\text{ cm} = 1\text{ cm}.$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中, $AE = 1, AP = 3 - PB = 3 - PE$,

$\therefore EP^2 = 1^2 + (3 - EP)^2$, 解得 $EP = \frac{5}{3}\text{cm}.$

$\therefore$ 菱形 $BFEP$ 边长为 $\frac{5}{3}\text{cm}.$ 8 分

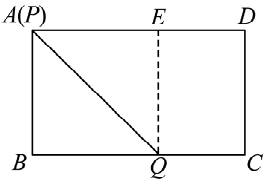


图 3

②当点 Q 与点 C 重合时, 如图 2, 点 E 离 A 点最近, 由①知, 此时 $AE = 1\text{cm}.$

当点 P 与点 A 重合时, 如图 3, 点 E 离 A 点最远, 此时四边形 $ABQE$ 为正方形,

$AE = AB = 3\text{cm},$

$\therefore$ 点 E 在边 AD 上移动的最大距离为 $2\text{cm}.$ 10 分

24. (本题满分 12 分)

解: (1) B 点的坐标为 $(k, 1).$ 1 分

(2) ①证明过程如下: 设 $P(m, \frac{k}{m})$, 直线 PA 的解析式为 $y = ax + b (a \neq 0),$

则 $\begin{cases} -ka + b = -1, \\ ma + b = \frac{k}{m}. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a = \frac{1}{m}, \\ b = \frac{k}{m} - 1. \end{cases}$

所以直线 PA 的解析式为 $y = \frac{1}{m}x + \frac{k}{m} - 1.$ 3 分

令 $y = 0$ 得 $x = m - k.$

$\therefore M$ 点的坐标为 $(m - k, 0)$

过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 $H,$

$\therefore$ 点 H 的坐标为 $(m, 0).$

$\therefore MH = x_H - x_M = m - (m - k) = k.$

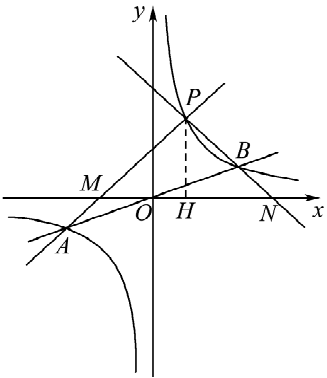


图 1

同理可得 $HN = k.$

$\therefore PM = PN.$ 7 分

②由①知, 在 $\triangle PMN$ 中, $PM = PN,$

$\therefore \triangle PMN$ 为等腰三角形, 且 $MH = HN = k.$

当 P 点坐标为 $(1, k)$ 时, $PH = k,$

$\therefore MH = HN = PH.$

$\therefore \angle PMH = \angle MPH = 45^\circ, \angle PNH = \angle NPH = 45^\circ.$

$\therefore \angle MPN = 90^\circ,$ 即 $\angle APB = 90^\circ.$

$\therefore \triangle PAB$ 为直角三角形. 10 分

当 $k > 1$ 时, 如图 1, $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PMN} - S_{\triangle OBN} + S_{\triangle OAM}$

$= \frac{1}{2} \cdot MN \cdot PH - \frac{1}{2} ON \cdot y_B + \frac{1}{2} OM \cdot |y_A|$

$= \frac{1}{2} \times 2k \times k - \frac{1}{2} (k + 1) \cdot 1 + \frac{1}{2} (k - 1) \cdot 1 = k^2 - 1.$

当 $0 < k < 1$ 时, 如图 2, $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle OBN} - S_{\triangle PMN} + S_{\triangle OAM}$

$= \frac{1}{2} ON \cdot y_B - k^2 + \frac{1}{2} OM \cdot |y_A|$

$= \frac{1}{2} (k + 1) \cdot 1 - k^2 + \frac{1}{2} (1 - k) \cdot 1 = 1 - k^2.$ 12 分

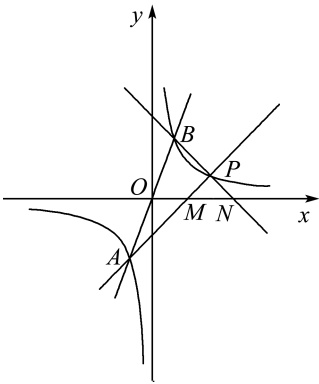


图 2